

数学建模软件——

MATLAB 简介

三个代表性计算机数学语言

- “三剑客”：MATLAB, Mathematica, Maple
- MATLAB
数值运算、程序设计，广泛应用
- Mathematica、Maple
数学机械化，符号演算
- MATLAB + 符号运算工具箱 + Maple
可以推导公式，可以调用Maple功能
- MATLAB 字义：MATrix LABoratory

MATLAB 界面浏览

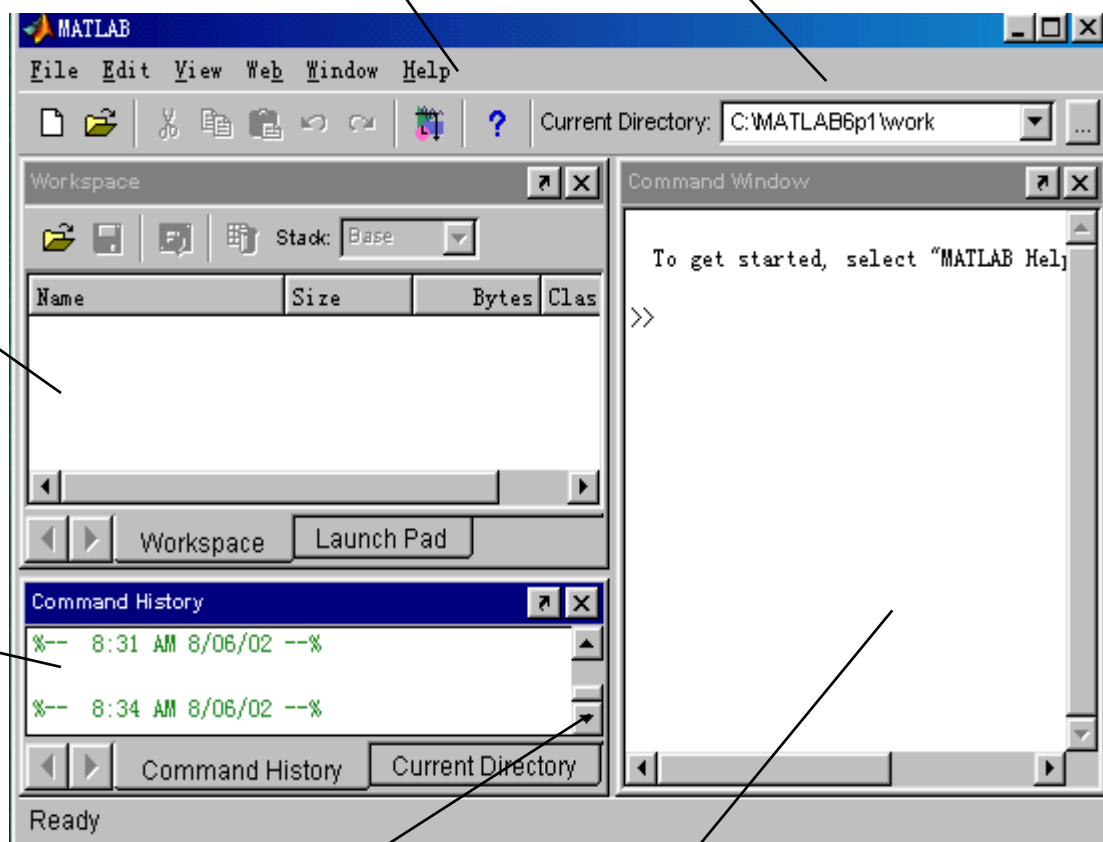
点击图标 ，弹出右下图所示MATLAB操作桌面 (MATLAB6.5)。

工作空间浏览器
(Workspace Browser)

历史指令窗
(Command History)

在线帮助

当前工作路径

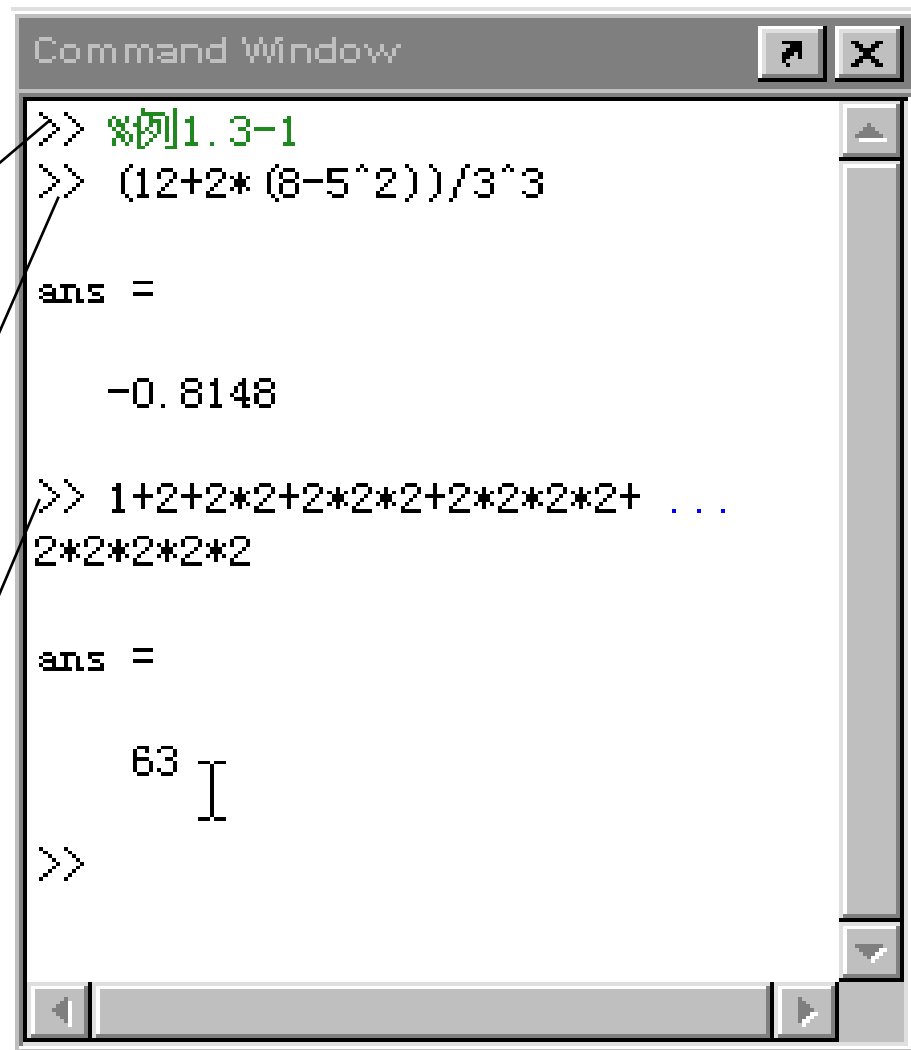


窗口调整轴

指令窗 (Command Window)

在指令窗中输入以下指令，观察运行结果：

- ✓ 指令1：输入注释行，无结果显示。
- ✓ 指令2：输入代数运算式，并显示计算结果:-0.8148（ans为MATLAB默认结果变量名）。
- ✓ 指令3：输入代数运算式（使用续行号），并显示计算结果：63。



```
Command Window

>> %例1.3-1
>> (12+2*(8-5^2))/3^3

ans =

    -0.8148

>> 1+2+2*2+2*2*2+2*2*2*2+ ...
2*2*2*2*2

ans =

    63

>>
```

MATLAB 语言基础

• 变量名规则

- 由一个字母引导，后面可以为其他字符
- 区分大小写 `Abc` `ABc`
- 有效 `MYvar12`, `MY_Var12` 和 `MyVar12_`
- 错误的变量名 `12MyVar`, `_MyVar12`

• 默认的预定义变量

<code>ans</code>	计算结果的缺省变量名
<code>i</code> 或 <code>j</code>	虚单元
<code>pi</code>	圆周率
<code>Inf</code> 或 <code>inf</code>	无穷大，如 <code>1/0</code>
<code>NaN</code> 或 <code>nan</code>	非数（不是一个数），如 <code>0/0</code>

帮助系统

1、联机帮助系统

通过选择**Help**下拉菜单中的帮助选项进入联机帮助系统

2、命令查询系统

在命令窗口直接使用help获得指令的使用说明

试一下在命令窗口 输入

>>help fix

看看得到什么？根据说明知道**fix**命令怎么用吗？

猜一下**fix(3.2)**和**fix(-3.2)**等于什么？

一维数组的创建

1) 逐个元素输入法

数组元素之间用“空格” 或“逗号” 隔开，例如：

`x=[2 pi/3 sqrt(3) 3+5i]`

2) 冒号生成法

通过“步长” 设定，生成一维数组。格式是：

`x=a : inc : b`

inc指步长，可以省略，省略时，则认为**inc = 1**

3) 定数线性采样法

在设定的“总点数” 下，均匀采样生成一维数组。格式为：

`x=linspace(a , b , n)`

n是采样总点数。

一维数组的寻访

数组寻访的一般格式为 $X(\text{index})$

下标集合index可以是单个正整数或正整数数组。

例如对数组
作如下操作：

```
x = [ 10 20 30 40 ]
```

```
>> x(3)
```

取单个数组元素

```
ans =  
    30
```

```
>> x([1 2 4])
```

下标为由 [] 构成的数组

```
ans =  
    10    20    40
```

```
>> x(2:end)
```

下标为由冒号生成法构成的数组

```
ans =  
    20    30    40
```

```
>> x(4:-1:1) ?
```


二维数组的创建

1) 直接输入法

- 整个输入数组须以 “[]”为其首尾；
- 数组行与行之间用 “; ” 或 “回车键” 隔离；
- 数组元素用逗号或空格分离。

例如要输入二维数组

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}$$

则在指令窗中的操作如右图所示。

其中，第一个矩阵输入采用 “; ” 分行，

第二个矩阵输入采用 “回车键” 分行。

```
>> A=[1 2 3;4 5 6;7 8 9]
```

```
A =
```

```
1    2    3
```

```
4    5    6
```

```
7    8    9
```

```
>> A=[1,2,3
```

```
4,5,6
```

```
7,8,9]
```

```
A =
```

```
1    2    3
```

```
4    5    6
```

```
7    8    9
```

2) 利用M文件创建和保存数组

对于经常需要调用的且比较大的数组，可专门为该数组创建一个M文件。利用文件编辑器输入该数组并保存，以后只要在MATLAB指令窗中，运行该文件，文件中的数组就会自动生成于MATLAB内存中。

3) 标准数组生成函数

指 令	含 义	指 令	含 义
diag	产生对角形数组(二维以下)	rand	产生均匀分布随机数组
eye	产生单位数组(二维以下)	randn	产生正态分布随机数组
magic	产生魔方数组(二维以下)	zeros	产生全0数组
ones	产生全1数组		

>> **d=eye(5)** %产生 (5*5) 的单位阵

d =

1	0	0	0	0
0	1	0	0	0
0	0	1	0	0
0	0	0	1	0
0	0	0	0	1

>> **a=3*ones(4,5)** %4行5列全3数组

a =

3	3	3	3	3
3	3	3	3	3
3	3	3	3	3
3	3	3	3	3

>> **b=diag(a)** %取a 阵对角元

b =

3
3
3
3

>> **c=diag(b)** %对角元为数组b 对角阵(与diag([3,3,3,3])效果相同)

c =

3	0	0	0
0	3	0	0
0	0	3	0
0	0	0	3

>> **zeros(5,6)** %5行6列的全0阵

ans =

0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0

二维数组的寻访和赋值

1) 全元素标识和赋值

- 这是一种最常用的标识方式，对于二维数组来说，“全下标”标识由两个下标组成：行下标，列下标。如A(3,5)等。

2) 单下标标识和赋值

- 这是只用一个下标来指明元素在数组中的位置。对二维数组采用“单下标”标识，应先对数组的所有元素进行“一维编号”，即先设想把二维数组的所有列按先左后右的次序，首尾相接排成“一维长列”；然后自上往下对元素位置进行编号。

```
>> a=zeros(2,5)
```

```
a =
```

```
0 0 0 0 0
0 0 0 0 0
```

(生成2行5列0数组)

```
>> a(:)=-4:5
```

```
a =
```

```
-4 -2 0 2 4
-3 -1 1 3 5
```

(对A进行单下标全元素赋值)

3) 利用MATLAB的冒号运算，可方便地进行数组（矩阵）的子数组（子矩阵）的寻访和赋值。

例如：

$A(:,j)$ ：表示A矩阵第j列全部元素

$A(i,:)$ ：表示A矩阵第i行全部元素

$A(1:3,2:4)$ ：表示对A矩阵取第一到第三行，第二到第四列中所有元素构成的子矩阵。

```
>> s=[1 3 5];a(s)=10:20:30
```

```
a =
```

```
10 20 30 2 4  
-3 -1 1 3 5
```

(对A进行单下标行数组元素赋值)

```
>> a(:,3)=[] ?
```

关系运算符与逻辑运算符

关系运算符: $<$, $>$, \leq , \geq , $==$, \sim

当关系成立时结果为1，否则为0

逻辑运算符: $\&$ (与), $|$ (或), \sim (非)

当运算规则成立时结果为1，否则为0

例如:

$A=1:9, L1=\sim(A>5), A(L1)$ %判断A中，哪些元素不大于5

$L2=(A>3)\&(A<7), A(L2)$ %判断A中，哪些元素大于3小于7

先猜一下结果，再输入，看结果是否跟预期相同？

any 向量的任意元素不为0则返回真
all 向量的所有元素不为0则返回真
find 寻找非零元素坐标

```
>>a=magic(5);
>>a(:,3)=zeros(5,1)
a =
    17     24     0     8    15
    23     5     0    14    16
     4     6     0    20    22
    10    12     0    21     3
    11    18     0     2     9

>>a1=all(a(:,1)<10)
a1 =
     0

>>a2=all(a>3)
a2 =
     1     1     0     0     0
```

```
>>b1=any(a(:,1)>10)
b1 =
     1

>>b2=any(a>10)
b2 =
     1     1     0     1     1

>>c1=find(a(1,:))
c1 =
     1     2     4     5
```

那么大家想一下

```
>>c2=find(a==0)
```

答案是什么？

数组运算

对于 $(m \times n)$ 数组 $X=[x_{ij}]_{m \times n}$ ，函数 $f(\cdot)$ 的数组运算规则是指：

$$f(X)=[f(x_{ij})]_{m \times n}$$

例如对 (3×3) 数组A进行2次乘方运算 A^2 ，就是对数组中每个元素进行乘方运算 a_{ij}^2 ，如右图所示。

```
>> A=[1 2 3;4 5 6;7 8 9]
```

```
A =
```

```
1    2    3
4    5    6
7    8    9
```

```
>> A.^2
```

```
ans =
```

```
1    4    9
16   25   36
49   64   81
```


矩阵运算不同于数组运算,要符合矩阵运算的规则

数组运算		矩阵运算	
指令	含义	指令	含义
A.'	非共轭转置	A'	共轭转置
A=s	把标量s赋给A的每个元素		
s+B	标量s分别与B元素之和		
s.*A	标量s分别与A元素之积	s*A	标量s分别与A元素之积
A.^n	A的每个元素自乘n次	A^n	A阵为方阵时，自乘n次
A+B	对应元素相加	A+B	矩阵相加
A.*B	对应元素相乘	A*B	内维相同矩阵的乘积
A./B	A的元素被B的对应元素除	A/B	A右除B
log(A)	对A的各元素求对数	Logm(A)	A的矩阵对数函数

```
A=[-4,-3,-2;-1,0,1;2,3,4];
B=[1,3,2;3,2,5;2,5,7];
```

```
A./B,A/B
B.\A,B\A
A.*B,A*B
```

```
%数组、矩阵右除
%数组、矩阵左除
%数组乘和矩阵乘
```

```
➤ A./B      ans =
    -4.0000   -1.0000   -1.0000
    -0.3333         0     0.2000
     1.0000     0.6000     0.5714
```

```
➤ A/B      ans =
    -2.5000   -1.5000     1.5000
    -1.0000   -0.5455     0.8182
     0.5000     0.4091     0.1364
```

```
➤ B.\A      ans =
    -4.0000   -1.0000   -1.0000
    -0.3333         0     0.2000
     1.0000     0.6000     0.5714
```

```
➤ B\A      ans =
    -3.5000   -3.0000   -2.5000
    -1.9545   -1.6364   -1.3182
     2.6818     2.4545     2.2273
```

```
➤ A.*B      ans =
     -4     -9     -4
     -3         0         5
         4        15        28
```

```
➤ A*B      ans =
    -17    -28    -37
         1         2         5
        19        32        47
```

数组运算的常用函数

名称	含义	名称	含 义	名称	含 义
sin	正弦	log2	以2为底的对数	real	复数实部
cos	余弦	pow2	2的幂	sign	符号函数
tan	正切	log	自然对数	rem	求余数
asin	反正弦	log10	常用对数	mod	模除求余
acos	反余弦	angle	相角（弧度）	sqrt	平方根
atan	反正切	conj	复数共轭	abs	模或绝对值
exp	指数	imag	复数虚部		

矩阵其它常用的运算

1) 求行列式

命令: **det(A)**

$A = [3, -1; -1, 3];$

2) 求逆矩阵

命令: **inv(A)**

$[X, D] = \text{eig}(A)$

3) 求特征值和特征向量

命令: **$[X, D] = \text{eig}(A)$**

其中D的对角线元素是特征值,
X是矩阵, 它的列是相应的特征向量

X=

-0.7071 -0.7071
0.7071 -0.7071

D=

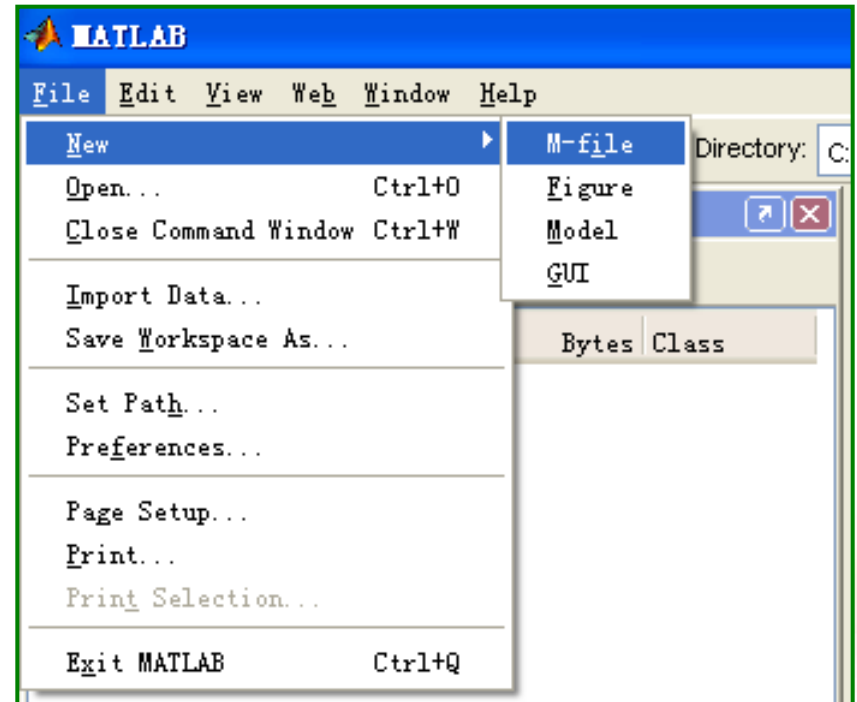
4 0
0 2

M 文件

两种形式：脚本形式（Script）
函数形式（Function）

脚本文件：

1. 对于一些比较简单的问题，在指令窗中直接输入指令计算。
2. 对于复杂计算，采用脚本文件（**Script file**）最为合适。
3. **M**文件是有效指令的集合；以文件名直接调用运行



函数M-文件:

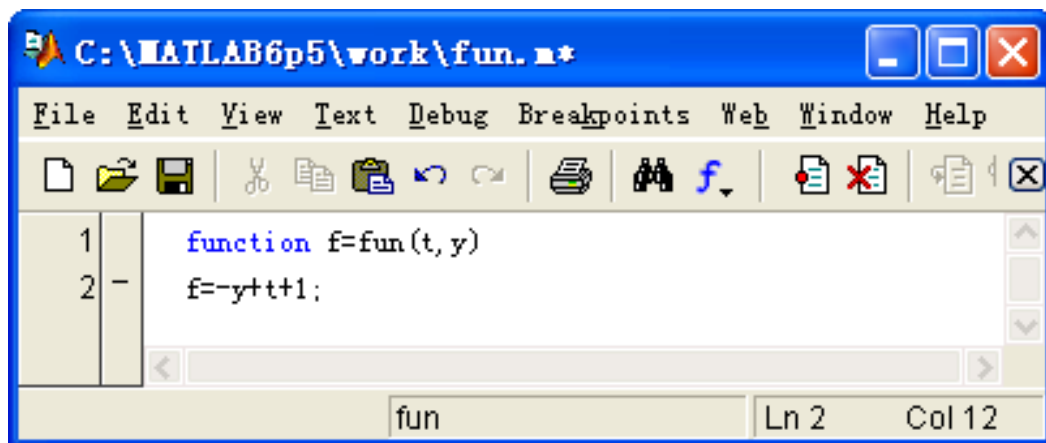
格式如下:

`function [输出参数列表]=函数名 (形式参数列表)`

`函数体语句;`

`end`

提示:



1.第一行为**function**语句;

2.文件名必须与函数名必须相同;

控制语句

(1) for 循环

for 循环变量=s1:s3:s2
 循环体语句组
end

(2) while 循环

while 逻辑变量
 循环体语句组
end

(3) if-else 结构

if 条件式
 条件块语句组1
else
 条件块语句组2
end

说明:

1. 一定要有**end**结束标志;
2. 循环语句中要用“;”防止中间结果的输出;
3. **for**, **while**循环中的**break**指令可以跳出该循环; 而**continue**指令跳过循环中其它语句, 执行下一个迭代。

结果的输出命令

fprintf ([文件名,] '输出格式' ,输出变量表)

1. 若缺省文件名, 则输出到屏幕。
2. 输出格式控制变量的输出形式, 每个描述格式的字
符串以%引导, 如
 - %s** 表示字符格式,
 - %d** 表示整型数格式,
 - %f** 表示浮点格式;
3. 输出变量表中, 变量名之间用逗号隔开。

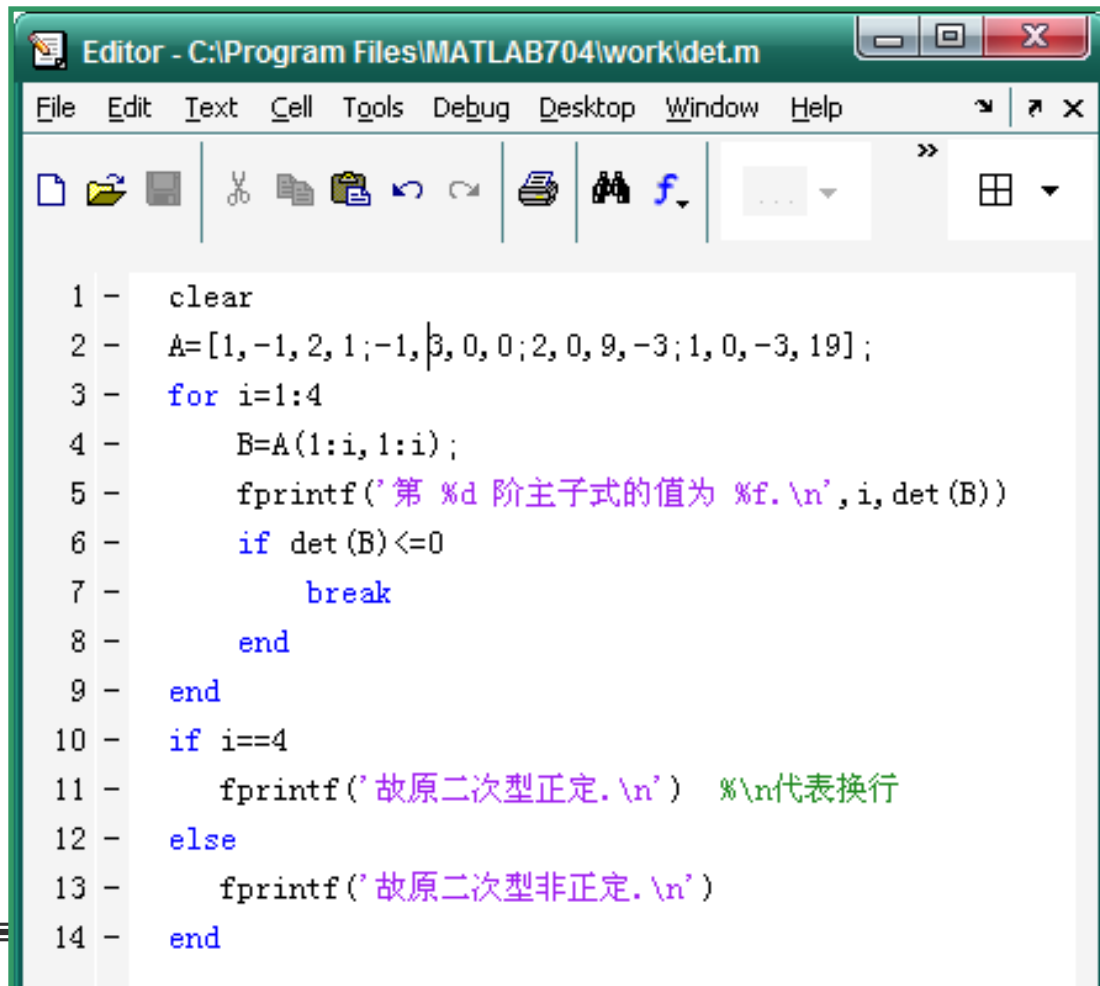
例子：用顺序主子式方法判别二次型

$$f = x_1^2 + 3x_2^2 + 9x_3^2 + 19x_4^2 - 2x_1x_2 + 4x_1x_3 + 2x_1x_4 - 6x_3x_4$$

是否正定？试用**MATLAB**命令编写求解程序。

思考：

1. **for**循环与**if**语句嵌套，**break**指令有什么作用？
2. 第五行**%d,%f**是什么意思？
3. 倘若将**A**中第六个元素**3**改为**-3**,运行结果又如何？
4. 能否将这改装成一个函数**M**文件，定义成一个用来直接判定矩阵**A**是否正定的函数？试一下
5. 如果用特征值方法来求解，那应该又怎么编程？



```

Editor - C:\Program Files\MATLAB704\work\det.m
File Edit Text Cell Tools Debug Desktop Window Help
[Icons]

1 - clear
2 - A=[1,-1,2,1;-1,3,0,0;2,0,9,-3;1,0,-3,19];
3 - for i=1:4
4 -     B=A(1:i,1:i);
5 -     fprintf('第 %d 阶主子式的值为 %f.\n',i,det(B))
6 -     if det(B)<=0
7 -         break
8 -     end
9 - end
10 - if i==4
11 -     fprintf('故原二次型正定.\n') %\n代表换行
12 - else
13 -     fprintf('故原二次型非正定.\n')
14 - end
  
```

二维曲线绘图

常用格式: `plot(X,Y,'s')`

- X、Y是同维向量时，绘制X、Y元素为横、纵坐标的曲线。
- X是列向量，Y是与X等行的矩阵时，以X为横坐标，按Y的列数绘制多条曲线。
- s用来指定线型、色彩等，缺省时为MATLAB默认设置。

线型	符号	-		:		-.		--	
	含义	实线		虚线		点划线		双划线	
色彩	符号	b	g	r	c	m	y	k	w
	含义	蓝	绿	红	青	品红	黄	黑	白

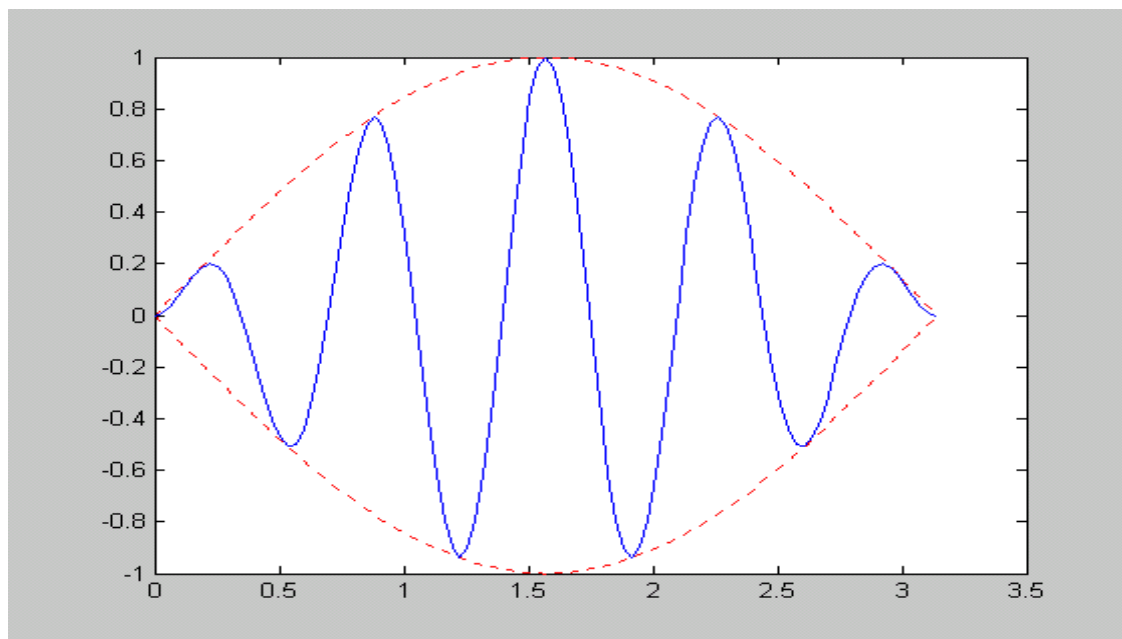
符 号	含 义	符 号	含 义
.	实心黑点	d	菱形符
+	十字符	h	六角星符
^	朝上三角符	o	空心圆符
<	朝左三角符	p	五角星符
>	朝右三角符	s	方块符
v	朝下三角符	x	叉字符

数据点形用来标志数据点，即可单独使用也可与色彩、线型组合使用。

分格线和坐标框

- grid on 画出分格线
- grid off 不画分格线
- box on 使当前坐标呈封闭形式
- box off 使当前坐标呈开启形式

用图形表示连续调制波形 $y = \sin(t)\sin(9t)$ 及其包络线。



```
>> t=(0:pi/100:pi)';  
y1=sin(t)*[1,-1];  
y2=sin(t).*sin(9*t);  
plot(t,y1,'r:',t,y2,'b')  
axis([0,pi,-1,1])
```

```
%生成 (101*1) 的时间采样列向量  
%生成 (101*2) 的矩阵 (包络线函数值)  
%生成 (101*1) 的调制波列向量  
%用红虚线绘y1, 用蓝实线绘y2
```

图形控制

在一般绘图时可采用MATLAB的缺省设置，也能得到满意的画面，但用户也可根据需要改变缺省设置。

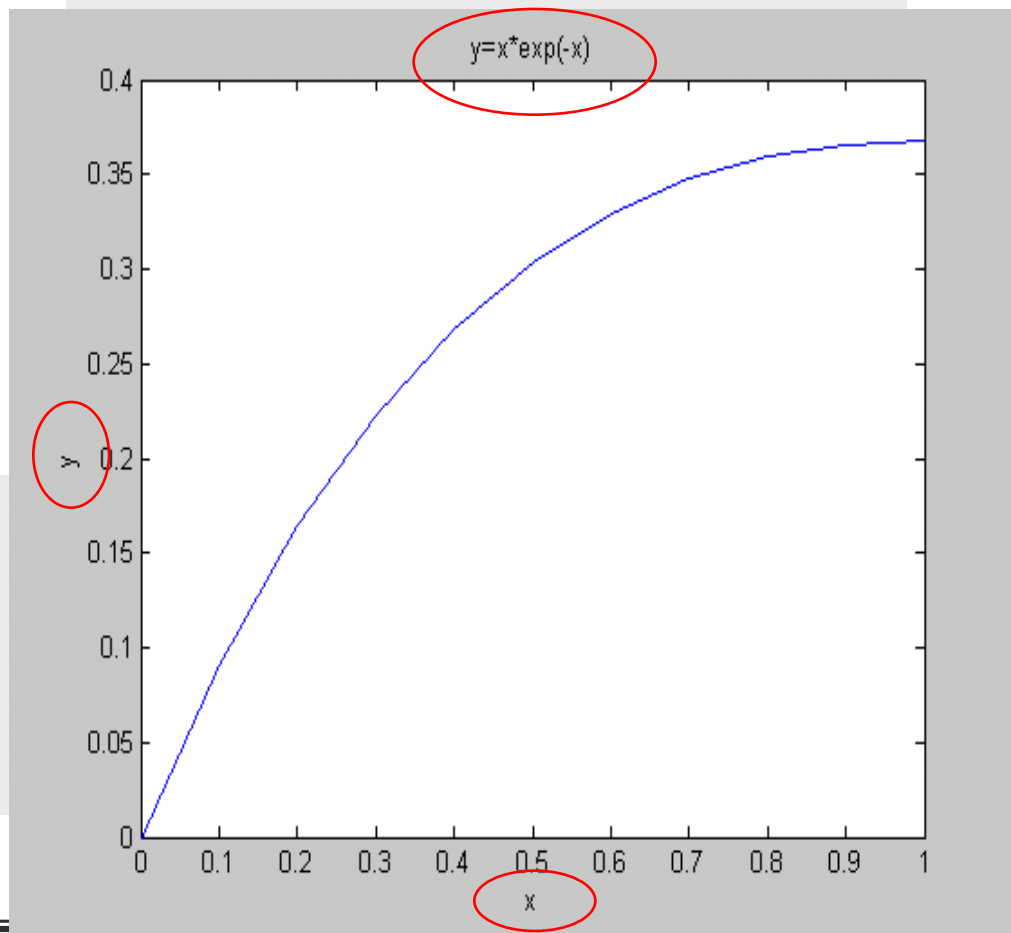
指 令	含 义	指 令	含 义
axis auto	使用缺省设置	axis equal	纵、横轴为等长刻度
axis ij	矩阵式坐标	axis normal	缺省矩形坐标系
axis xy	普通直角坐标	axis square	正方形坐标系
axis(V) V=[x1,x2,y1,y2] V=[x1,x2,y1,y2,z1,z2]	人工设定坐标范围。设定值：二维，4个；三维，6个。	axis tight	坐标范围为数据范围
		axis image	纵、横轴为等长刻度，且坐标框紧贴数据范围

图形标识

- 1) `title(S)` 书写图名
- 2) `xlabel(S)` 横坐标轴名
- 3) `ylabel(S)` 纵坐标轴名
- 4) `text(xt,yt,S)` 在(xt,yt) 处写字符注释
- 5) `legend(s1,s2,...)` 在图右上角建立图例

```
x=0:0.1:1;  
y=x.*exp(-x);  
plot(x,y);  
xlabel('x'),ylabel('y') %图形标识  
title('y=x*exp(-x)') %图形标识
```

【说明】S为带单引号的英文或中文字符串。



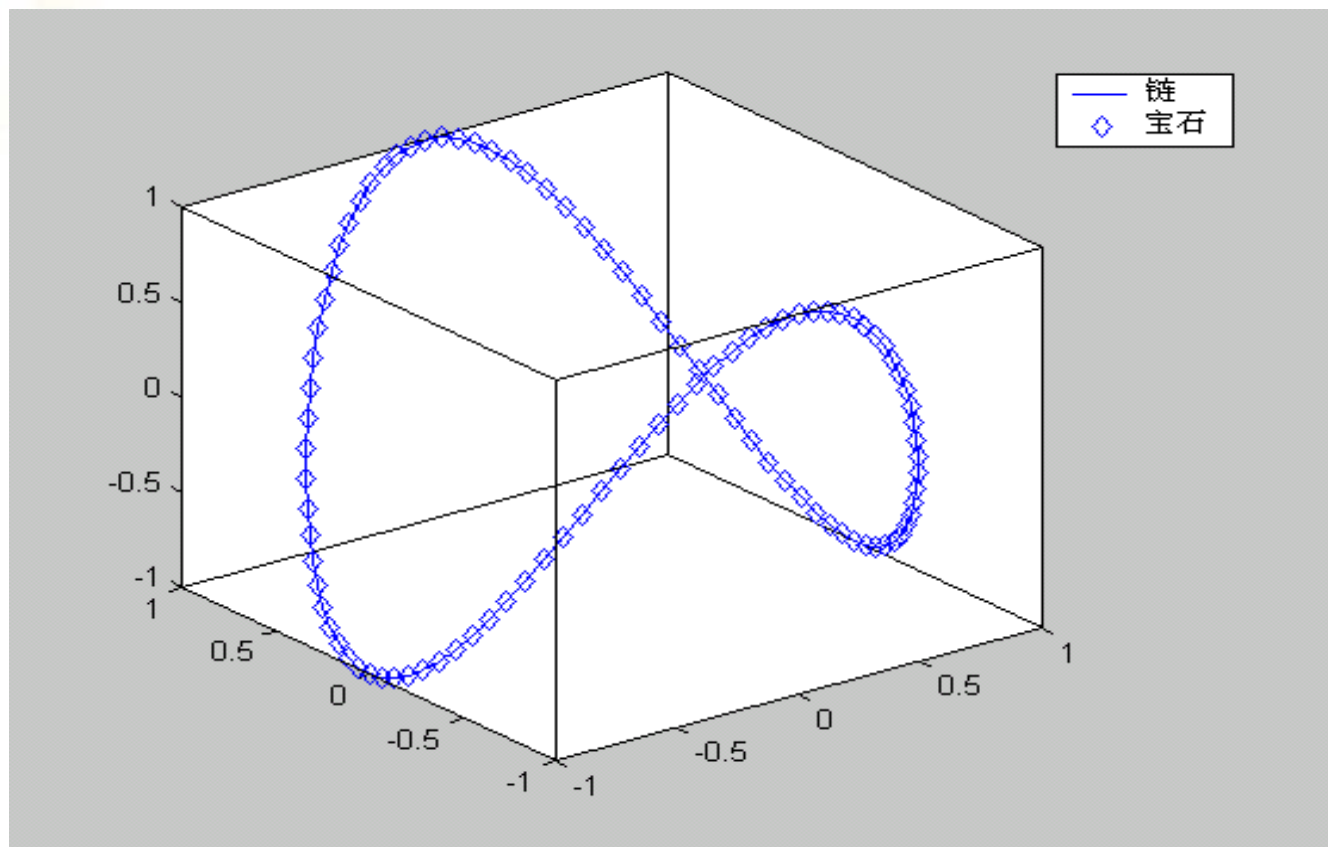
三维曲线绘图

plot3在三维曲线绘图指令中是最易理解的，其使用格式与**plot**十分相似。具体如下：

- **plot3(X,Y,Z,'s')**
- **plot3(X1,Y1,Z1,'s1',X2,Y2,Z2,'s2',...)**

```
t=(0:0.02:2)*pi;  
x=sin(t);y=cos(t);  
z=cos(2*t);  
plot3(x,y,z,'b-',x,y,z,'bd')  
box on  
legend('链','宝石')
```

三维曲线绘图（蓝实线和蓝菱形）
坐标呈封闭形式
在右上角建立图例



三维网线图、曲面图

画函数 $z=f(x,y)$ 所代表的三维空间曲面，需要做以下步骤：

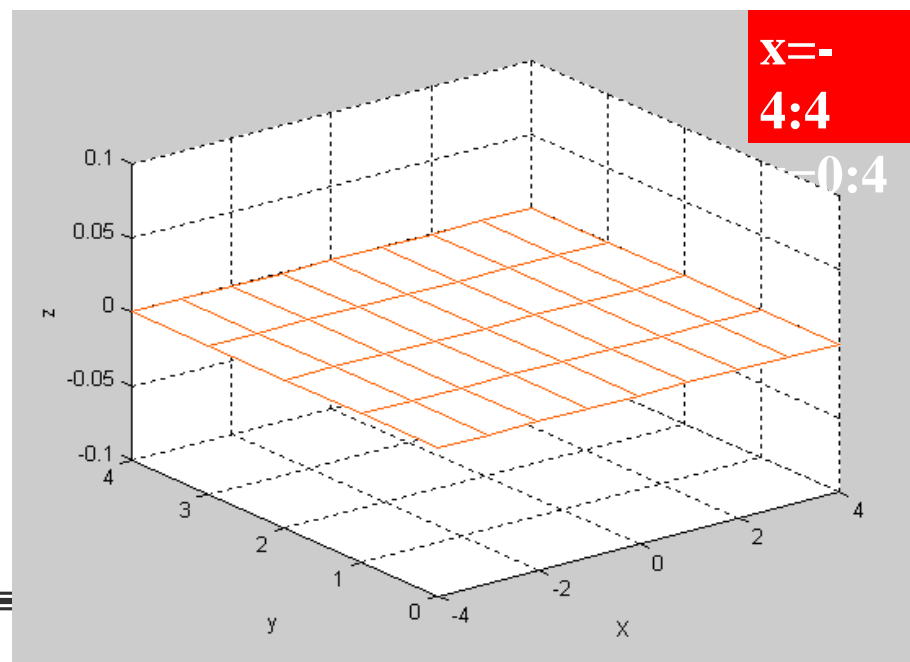
- a) 确定自变量 x,y 的取值范围和取值间隔。

$$x=x1:dx:x2; \quad y=y1:dy:y2$$

- b) 构成 xy 平面上的自变量“格点”阵。

$$[X,Y]=\text{meshgrid}(x,y)$$

■ 【说明】 X 由 x 按行复制而成，其行数为 y 元素的个数； Y 由 y 按列复制而成，其列数为 x 元素的个数。



c) 计算在自变量采样“格点”上的函数值，即

$$Z=f(X,Y)$$

d) 网线图和曲面图的绘图命令如下

◆ 画网线图

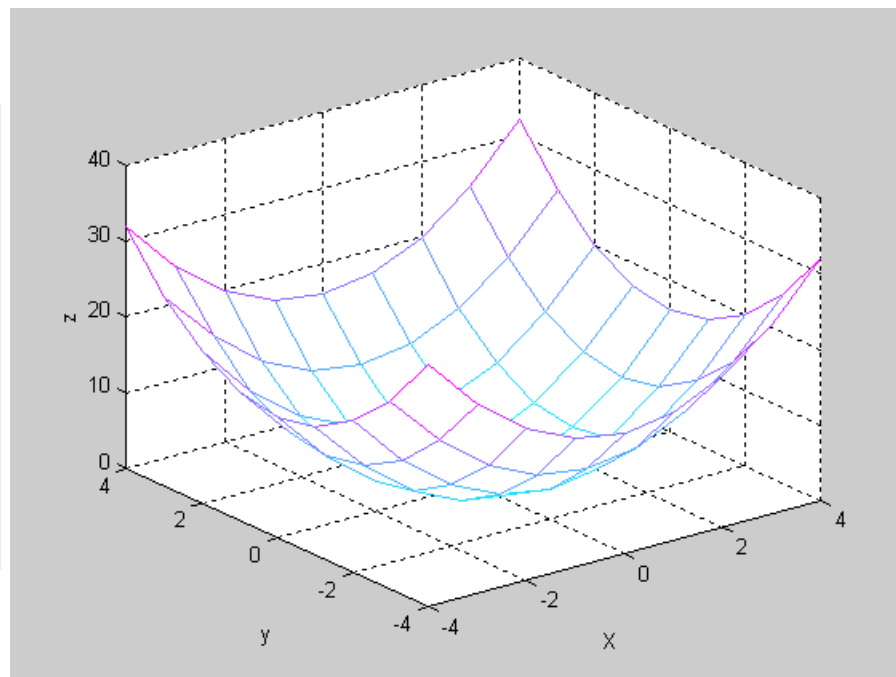
mesh(X,Y,Z)

◆ 画曲面图

surf(X,Y,Z)

三维网线绘图指令演示：mesh

```
clf,x=-4:4;y=x;  
[X,Y]=meshgrid(x,y)  
Z=X.^2+Y.^2;  
mesh(X,Y,Z);  
colormap(cool)  
xlabel('X'),ylabel('y'),zlabel('z')
```



三维曲面绘图指令演示: surf

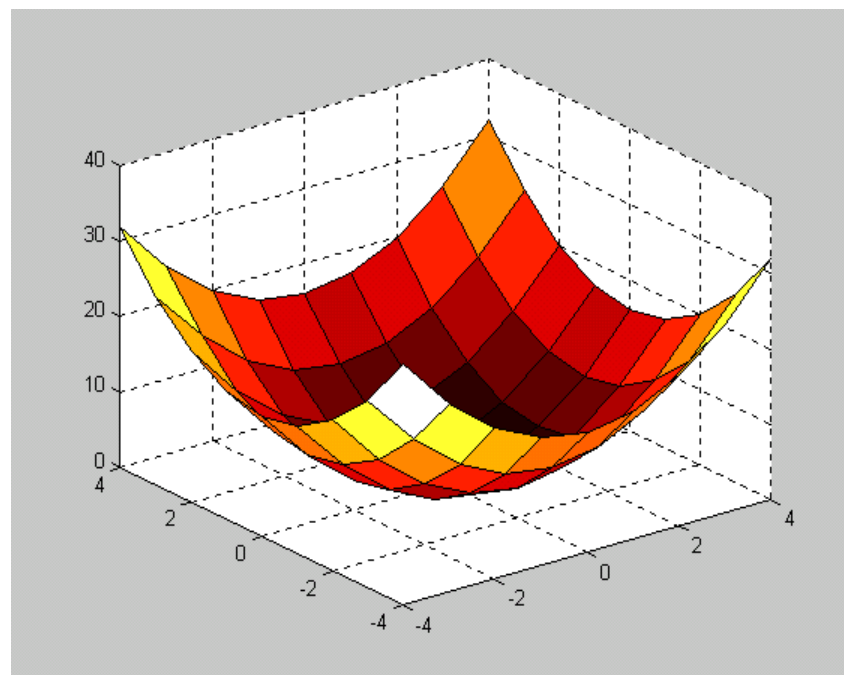
```
x=-4:4;y=x;
```

```
[X,Y]=meshgrid(x,y);
```

```
Z=X.^2+Y.^2;
```

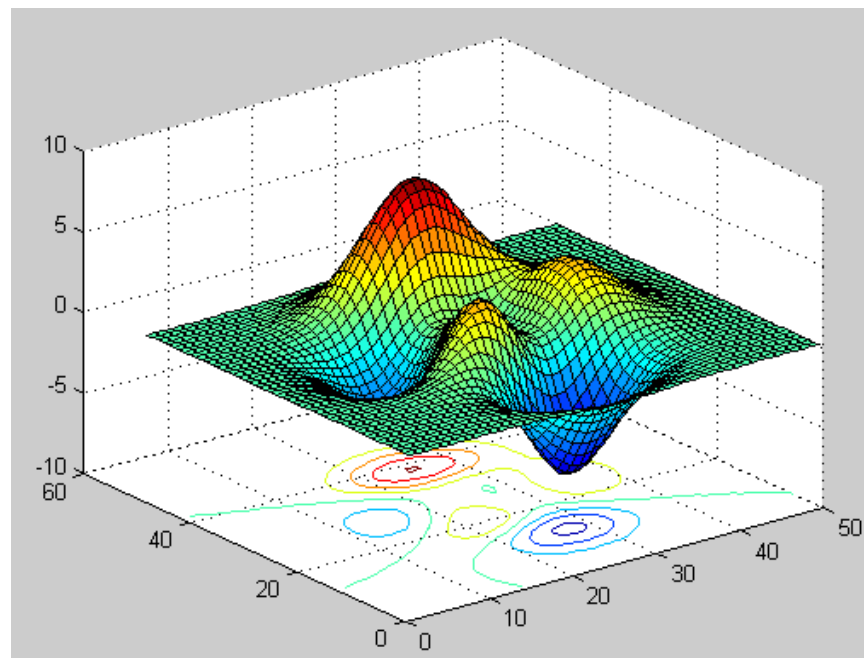
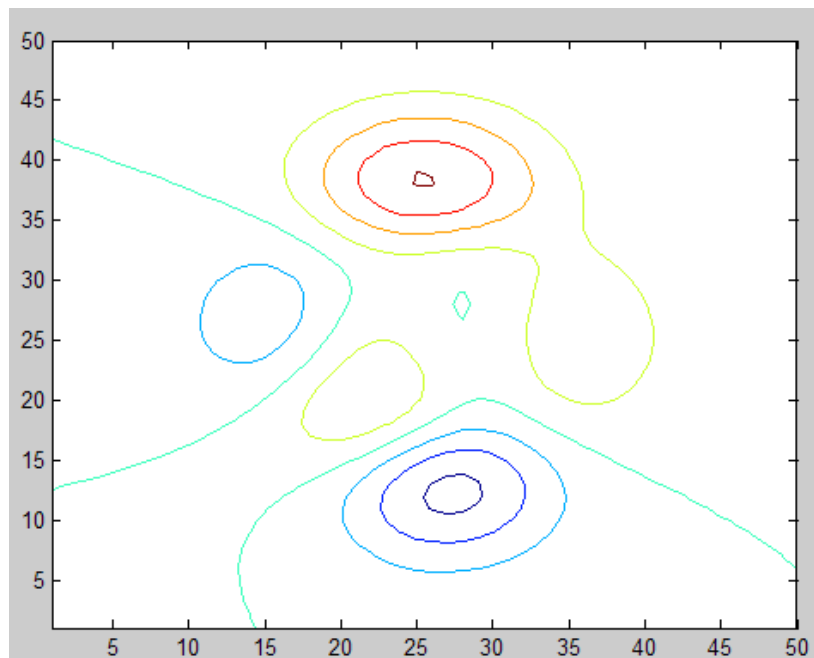
```
surf(X,Y,Z);
```

画三维曲面图



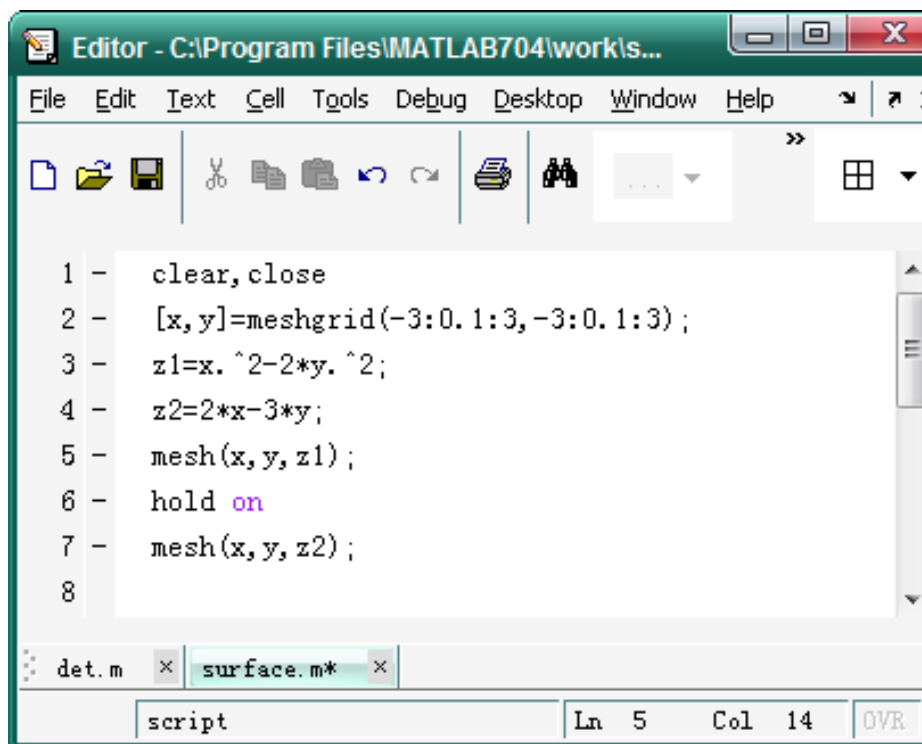
等高线

- **contour(x,y,z)** 显示二维等高线
- **contour3(x,y,z)** 显示三维等高线
- **meshc(x,y,z)** 创建配有二维等高线的网线图
- **surfc(x,y,z)** 创建配有二维等高线的曲面图



例子：求下面两个曲面的交线

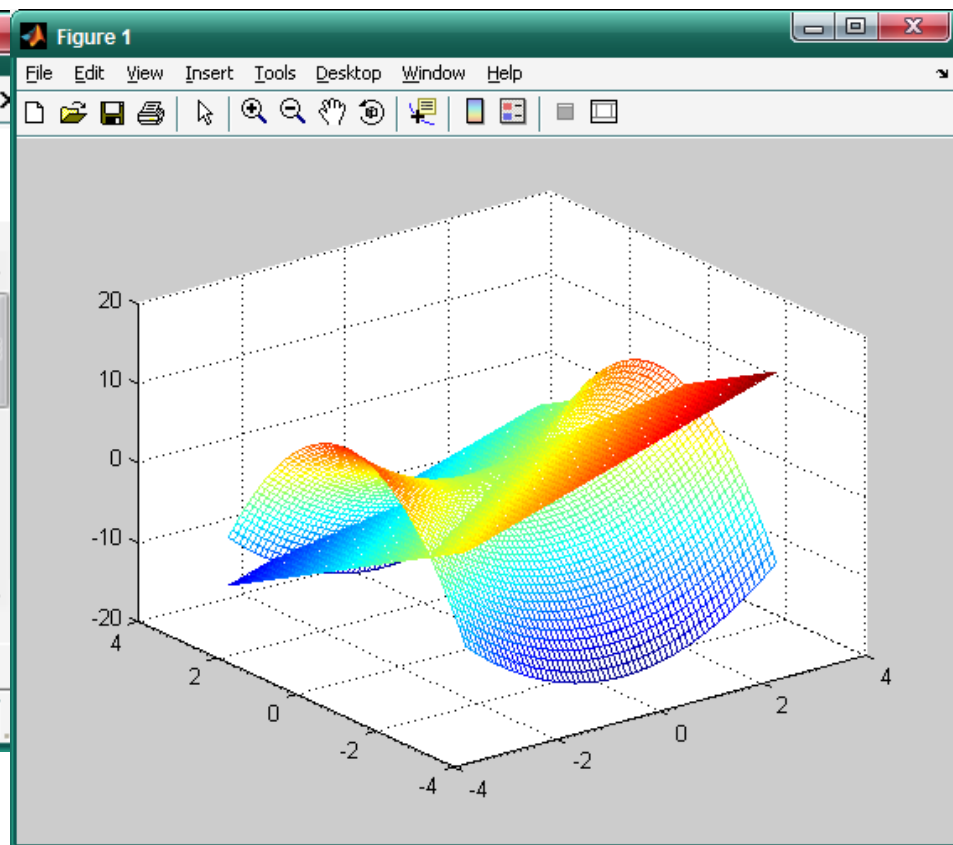
$$\begin{cases} z = x^2 - 2y^2; \\ z = 2x - 3y. \end{cases}$$



The image shows the MATLAB Editor window with a script named 'surface.m'. The script contains the following code:

```
1 - clear, close
2 - [x,y]=meshgrid(-3:0.1:3,-3:0.1:3);
3 - z1=x.^2-2*y.^2;
4 - z2=2*x-3*y;
5 - mesh(x,y,z1);
6 - hold on
7 - mesh(x,y,z2);
8
```

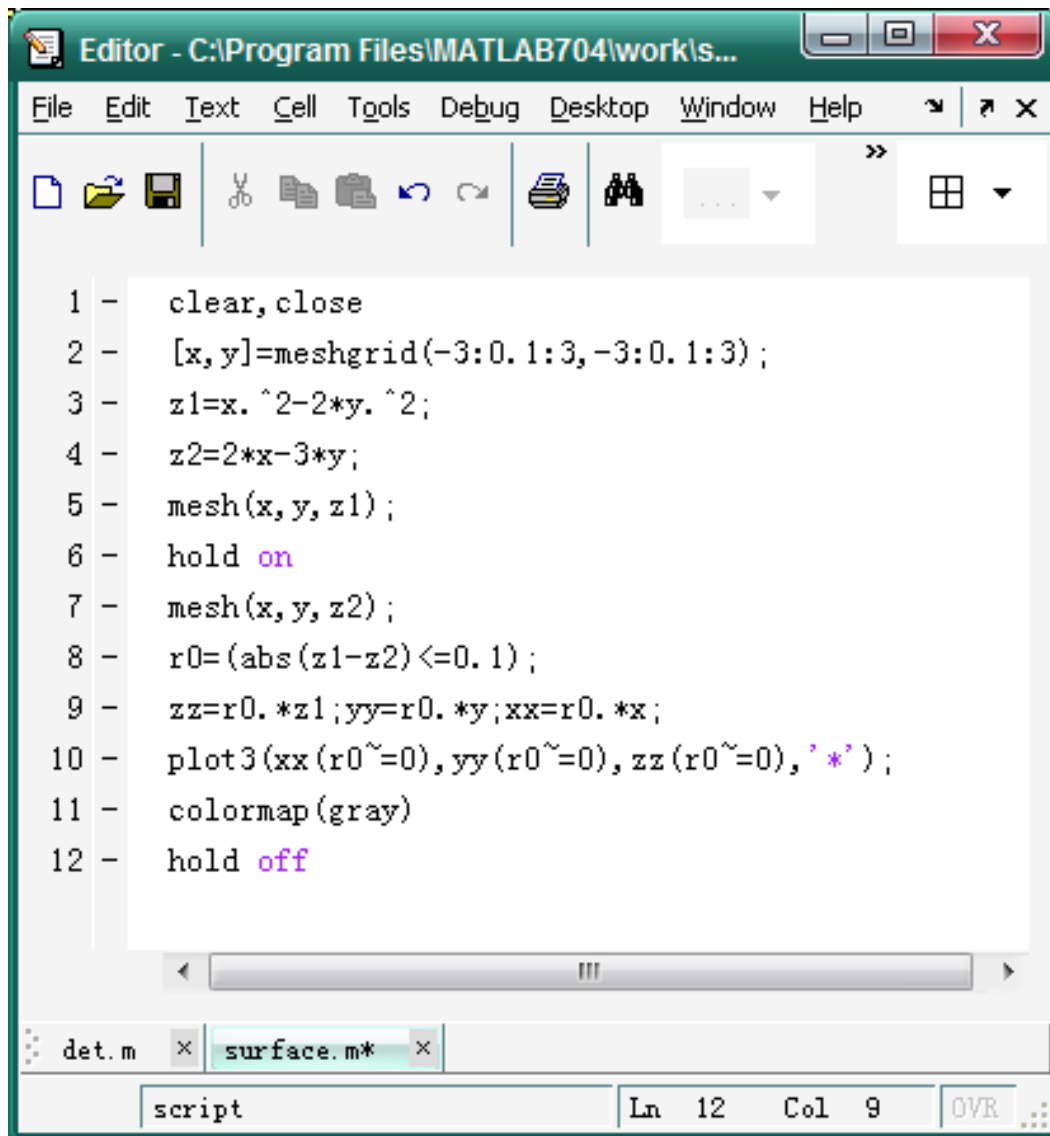
The status bar at the bottom indicates the current position is Line 5, Column 14.



可是交线如何标识出来呢？

要显示交线，就必须找交点。因为数值计算得到的是离散点，难以找到完全重合的点，为此只要两曲面的Z值之差小于设定的阈值（例如0.1），就认为是交点。

增加了第8到12行。
大家理解一下每一行是什么含义？运行结果是什么样？



The image shows a MATLAB Editor window titled "Editor - C:\Program Files\MATLAB704\work\ls...". The window contains a script with 12 lines of MATLAB code. The code defines two surfaces, $z_1 = x^2 - 2y^2$ and $z_2 = 2x - 3y$, and finds their intersection points by checking where the absolute difference between z_1 and z_2 is less than or equal to 0.1. The intersection points are then plotted as a 3D scatter plot using `plot3` with gray asterisks. The script also includes `hold on` and `hold off` commands to manage the plot.

```
1 - clear, close
2 - [x,y]=meshgrid(-3:0.1:3,-3:0.1:3);
3 - z1=x.^2-2*y.^2;
4 - z2=2*x-3*y;
5 - mesh(x,y,z1);
6 - hold on
7 - mesh(x,y,z2);
8 - r0=(abs(z1-z2)<=0.1);
9 - zz=r0.*z1;yy=r0.*y;xx=r0.*x;
10 - plot3(xx(r0~=0),yy(r0~=0),zz(r0~=0),'*');
11 - colormap(gray)
12 - hold off
```

The status bar at the bottom indicates the current file is "surface.m*", the editor is in "script" mode, and the cursor is at line 12, column 9.

符号对象

sym函数用来建立单个符号量，一般调用格式为：

符号量名=**sym**('符号字符串')

函数**sym**一次只能定义一个符号变量，使用不方便。

MATLAB提供了另一个函数**syms**，一次可以定义多个符号变量。**syms**函数的一般调用格式为：

syms 变量名1 变量名2 ... 变量名n

用这种格式定义符号变量时不要在变量名上加字符串分界符(')，变量间用空格而不要用逗号分隔。

factor(s): 对符号表达式**s**分解因式。
expand(s): 对符号表达式**s**进行展开。
collect(s): 对符号表达式**s**合并同类项。
collect(s,v): 对符号表达式**s**按变量**v**合并同类项。
simple(s): 对符号表达式**s**进行综合化简。

例如展开: $(a+b)^5$

```
clear  
syms a b;  
expand((a+b)^5)
```

例如化简: $f = \sqrt[3]{\frac{1}{x^3} + \frac{6}{x^2} + \frac{12}{x} + 8}$

```
clear  
syms x;  
f=(1/x^3+6/x^2+12/x+8)^(1/3);  
g1=simple(f)  
g2=simple(g1)
```

为找到最少字母的简化式, 可能要多次使用**simple**命令

置换命令

用new去替换符号表达式s中的old:

subs(s,old,new)

大家思考下面进行了哪些替换，结果又各是什么？

```
clear
syms a x;
f=a*sin(x)+5;
f1=subs(f,'sin(x)',sym('y'))
f2=subs(f,{a,x},{2,sym(pi/3)})
f3=subs(f,{a,x},{2, pi/3})
```

注意比较f2
与f3的区别

函数极限

limit(f,x,a) 求函数f在自变量x趋于a的极限

limit(f,x,a,'left') 求左极限

limit(f,x,a,'right') 求右极限

计算下列极限

$$\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{x \ln^2 x} - \frac{1}{(x-1)^2} \right)$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} n^2 \sin \frac{1}{n^2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} e^{\frac{1}{x}}$$

导数(微分, 差分)

diff(f,x) 求函数f关于自变量x的一阶导数(微分, 差分)

diff(f,x,n) 求函数f关于自变量x的n阶导数(微分, 差分)

求下面函数的一阶和4阶导数

$$y = x^8 + 3x^2 + \frac{1}{x}$$

积分

int('f',x) 求函数**f**关于变量**x**的不定积分

int('f',a,b) 求函数**f**从**a**到**b**的定积分

int('f',x,a,b) 求函数**f**关于变量**x**从**a**到**b**的定积分

quad8('fun',a,b,tol) 用来求函数**fun**从**a**到**b**的数值积分,
tol为精度, 默认值为**1e-3**

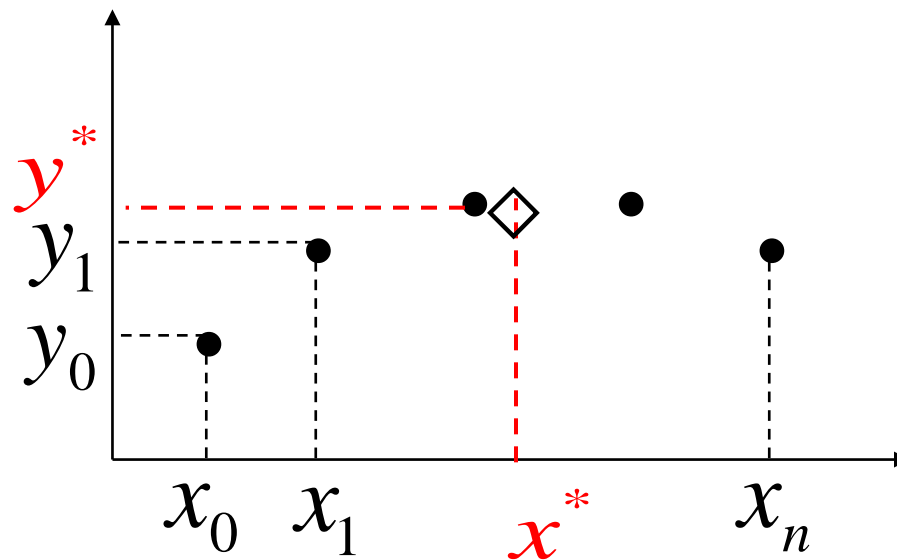
类似的积分命令还有**quadl,trapz,dblquad**等

注意: 用**quad8**命令时, 函数**fun**必须是函数**M**文件定义的
求下列积分:

$$\int x^3 e^{-x^2} dx \quad \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^4 x \cos^2 x dx \quad \int_0^1 dy \int_y^{\sqrt{y}} x \sin x dx$$

数据插值问题

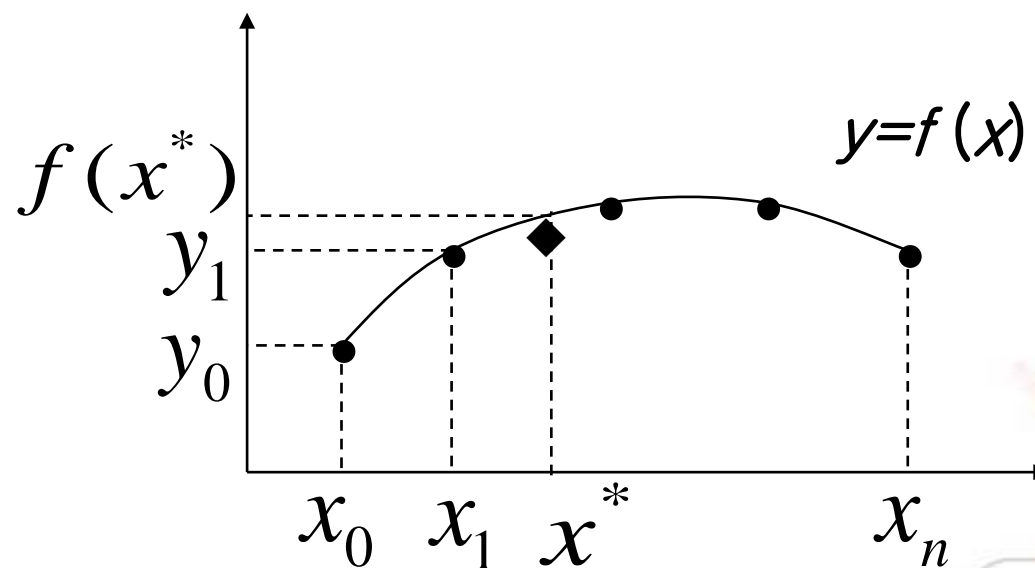
已知 $n+1$ 个节点 (x_j, y_j) ($j = 0, 1, \dots, n$), 其中 x_j 互不相同, 不妨设 $a=x_0 < x_1 < \dots < x_n=b$, 求任意插值点 x^* 处的插值 y^* .



具体的构造一个(相对简单的)函数 $y=f(x)$ ，通过全部节点，即

$$f(x_j)=y_j \quad (j=0,1,\dots,n)$$

再用 $f(x)$ 计算插值，即 $y^*=f(x^*)$.



一维插值命令

$y_i = \text{interp1}(x, y, x_i, 'method')$

x_i 处的插
值结果

插值节点

被插值点

插值方法

‘nearest’ : 最邻近插值
‘linear’ : 线性插值;
‘spline’ : 三次样条插值;
‘cubic’ : 立方插值。
缺省时: 分段线性插值。

注意: 所有的插值方法都要求 x 是单调的, 并且 x_i 不能够超过 x 的范围。

二维插值命令

`z=interp2(x0,y0,z0, x,y, 'method')`

被插值点的
函数值

插值
节点

被插值点

插值方法

'nearest'	最邻近插值
'linear'	双线性插值
'cubic'	双三次插值
缺省时,	双线性插值

大家自学另外一个插值命令**griddata**，看这个命令有什么不同？

要求 x_0, y_0 单调； x, y 可取为矩阵，或 x 取行向量， y 取为列向量， x, y 的值分别不能超出 x_0, y_0 的范围。

在1-12的11小时内，每隔1小时测量一次温度，测得的温度依次为：5，8，9，15，25，29，31，30，22，25，27，24。试估计每隔1/10小时的温度值。

yi= interp1 (x, y, xi, 'method')

```
hours=1:12;
```

```
temps=[5 8 9 15 25 29 31 30 22 25 27 24];
```

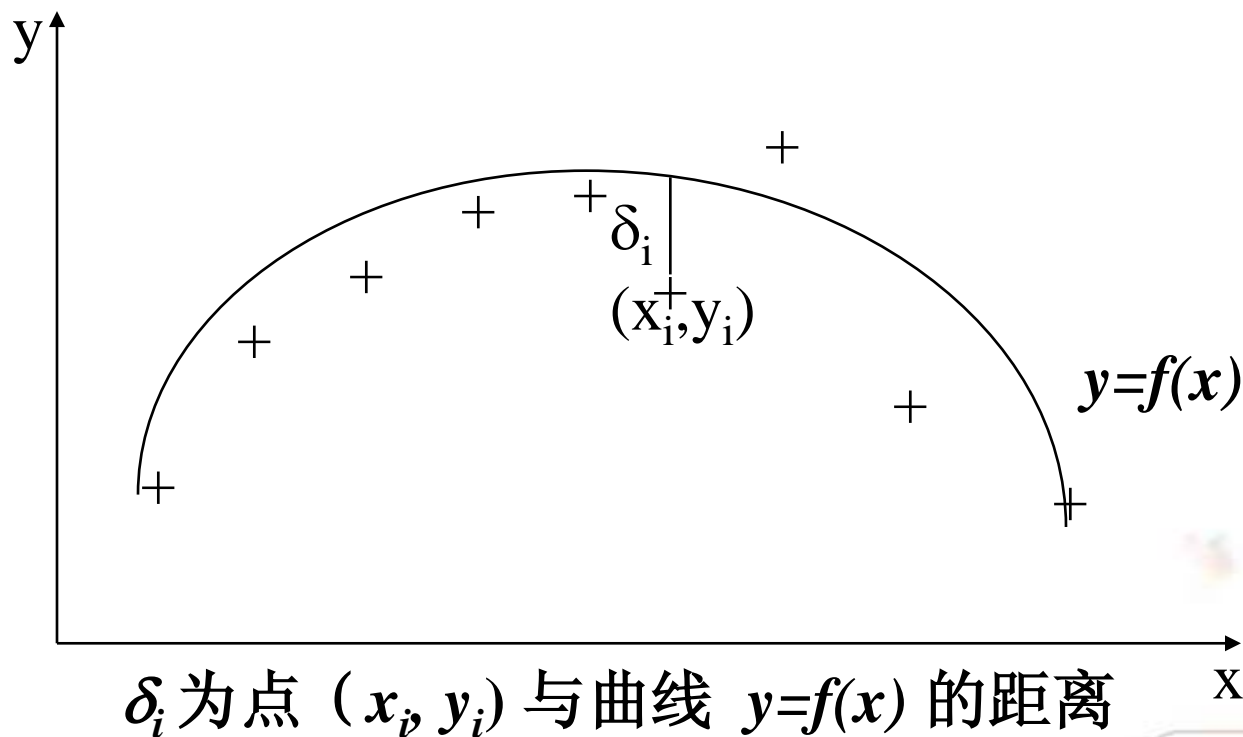
```
h=1:0.1:12;
```

```
t=interp1(hours,temps,h,'spline'); (直接输出数据将是很多的)
```

```
plot(hours,temps,'+',h,t,hours,temps,'r:') %作图
```

曲线拟合问题

已知一组（二维）数据，即平面上 n 个点 $(x_i, y_i) \ i=1, \dots, n$ ，
寻求一个函数（曲线） $y=f(x)$ ，使 $f(x)$ 在某种准则下与所有数据点最为接近，即曲线拟合得最好。



插值与拟合的关系

- 若要求所求曲线（面）通过所给所有数据点，就是插值问题；
- 若不要求曲线（面）通过所有数据点，而是要求它反映对象整体的变化趋势，这就是数据拟合，又称曲线拟合或曲面拟合。

曲线插值与拟合都是要根据一组数据构造一个函数作为近似，由于近似的要求不同，二者在数学方法上是完全不同的。

多项式拟合

作多项式 $f(x)=a_1x^m+\dots+a_mx+a_{m+1}$ 拟合, 可利用已有程序

`coef= polyfit (x, y, m)`

输出拟合多项式系数

`coef=[a_1, \dots, a_m, a_{m+1}]` (数组)

输入同长度
的数组 `x, y`

拟合多项
式次数

多项式在 `x` 处的值 `y` 可用以下命令计算:

`y=polyval (coef, x)`

对下面一组数据作二次多项式拟合

xi	0.1	0.2	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1
yi	1.978	3.28	6.16	7.34	7.66	9.58	9.48	9.30	11.2

即要求 出二次多项式:

$$f(x) = a_1x^2 + a_2x + a_3$$

中的 $A = (a_1, a_2, a_3)$ 使得:

$$\sum_{i=1}^{11} [f(x_i) - y_i]^2 \quad \text{最小}$$

`coef= polyfit (x, y, m)`

1) 输入以下命令:

`x=0:0.1:1;`

`y=[-0.447 1.978 3.28 6.16 7.08 7.34 7.66 9.56 9.48 9.30 11.2];`

`A=polyfit(x,y,2)` %二次多项式拟合

`z=polyval(A,x);`

`plot(x,y,'k+',x,z,'r')` %作出数据点和拟合曲线的图形

2) 计算结果: $A = -9.8108 \quad 20.1293 \quad -0.0317$

$$f(x) = -9.8108x^2 + 20.1293x - 0.0317$$

函数的极值

1、求一元函数的极小值点: **fminbnd(f,x1,x2)**

是用来求一元函数 f 在区间 $[x1, x2]$ 的极小值。

2、求多元函数的极小值点: **fminsearch(function,x0)**
fminunc(function,x0)

都是用来求多元函数 f 在 $x0$ 附近的极小值。

例：求函数 $y=2x^3+3x^2-12x+14$ 在区间 $[-2,2]$ 的极小值

$[x,y]=\text{fminbnd}('2*x^3+3*x^2-12*x+14',-2,2)$

运行结果：函数在 $x=1$ 处有极小值 $y=7$ 。

微分方程的符号解

求微分方程（组）的符号解用命令dsolve. 命令格式如下：

`s=dsolve('方程1','方程2','...','初始条件1','初始条件2','...','自变量')`

说明：用字符串表示方程，自变量缺省则默认为 t.
导数用D表示，2阶导数用D2表示，以此类推。
返回值s是符号解.

求 $y'' = \sin(2x) - y$ 满足初始条件 $y(0) = 0, y'(0) = 1$ 的符号解.

`s=dsolve('D2y=sin(2*x)-y','y(0)=0','Dy(0)=1','x')`
`simplify(s)` %如果得到符号解比较复杂,可以试试化简

微分方程的数值解

求数值解的常用命令如下：

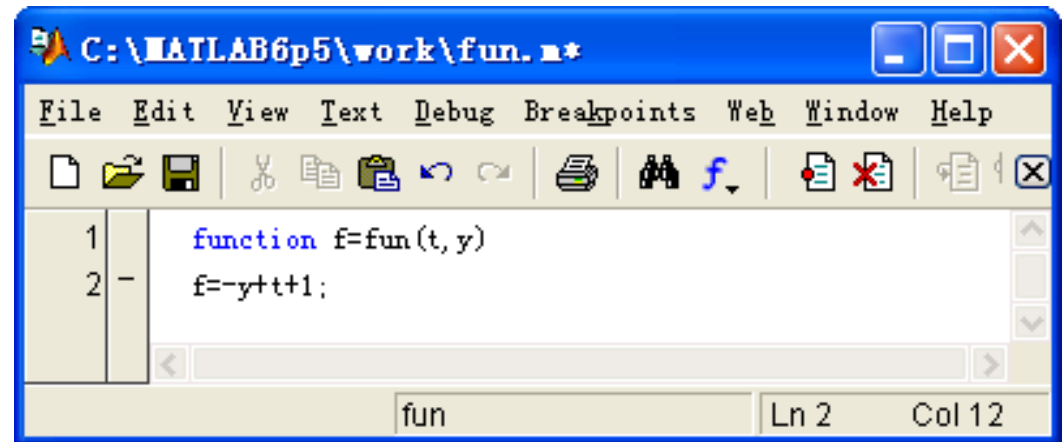
$[xout, yout] = \text{ode45}('equation', [x0, xm], y0)$

说明：

- (1) 返回值中， $xout$ 表示自变量的取值点 $(x_0, x_1, \dots, x_n)'$ ， $yout$ 表示数值解，它是一个矩阵，它的每一列对应 y 的一个分量。
- (2) 这里' $equation$ '必须是事先定义的表示微分方程(组)的M-文件。
- (3) $[x_0, x_m]$ 是自变量的区间。
- (4) y_0 是初始向量值。

求解微分方程 $y' = -y + t + 1, y(0) = 1, 0 \leq t \leq 1$
的数值解

首先，编写函数M-文件fun.m，如下图所示



然后，命令ode45调用fun.m

```
[t,y]=ode45('fun',[0,1],1)
```

思考题

【1】 海底测量：下表给出海平面上点 (x,y) 处深水 z ,这是在低潮时测得的。如果船的吃水深度为5米，试问在矩形域 $75 < x < 200, -50 < y < 150$ 中船应避免进入那些区域？

水深数据：

x(m)	129	140	108	88	185	195	105
y(m)	7	141	28	147	22	137	85
z(m)	4	8	6	8	6	8	8
x(m)	157	107	77	145	162	162	117
y(m)	-6	-81	3	45	-66	84	-38
z(m)	9	9	8	8	9	4	9

【2】商品的市场占有率问题

有两家公司**R**和**S**经营同类的产品，他们相互竞争。

每年**R**公司保有 $\frac{1}{4}$ 的顾客，而 $\frac{3}{4}$ 转移向**S**公司；每年**S**公司保有 $\frac{2}{3}$ 的顾客，而 $\frac{1}{3}$ 转移向**R**公司。当产品开始制造时**R**公司占有 $\frac{3}{5}$ 的市场份额，而**S**公司占有 $\frac{2}{5}$ 的市场份额。

问两年后，两家公司所占的市场份额变化怎样，五年以后会怎样？十年以后如何？是否有一组初始市场分配数据使以后每年的市场分配成为稳定不变？

【3】肿瘤生长问题

肿瘤大小为 V ，生长的速率与 V 的 a 次方成正比，其中 a 为形状参数， $0 \leq a \leq 1$ ；而其比例参数 K 随时间减小，减小速率又与当时的 K 值成正比，比例系数为环境参数 b 。

设某肿瘤参数 $a=1$ ， $b=0.1$ ， K 的初始值为2， V 的初始值为1，问

- (1) 此肿瘤生长不会超过多大？
- (2) 过多长时间肿瘤大小翻一倍？
- (3) 何时肿瘤生长速率由递增转为递减？
- (4) 若参数 $a=2/3$ 呢？